Simularea Examenului Național de Bacalaureat 2026

Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- *Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.*
- *Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.*

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați partea reală a numărului complex $z=\dfrac{-13+11i}{2+5i}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+2$, unde m este un număr real nenul. Determinați m pentru care vârful parabolei se află pe dreapta de ecuație $y=-x+2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot\log_{x+1}3=1+\log_3(x+1)$.

5p **4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A știind că aceasta are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.

5p **5.** Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,2)$ și este perpendiculară pe dreapta d, de ecuație $x-2y+3=0$.

5p **6.** Fie $x\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=-\dfrac{4}{5}$. Calculați $\operatorname{ctg}2x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & m\\ 1 & -m & 0\end{pmatrix}$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A)=0$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Pentru $m=2$, verificați egalitatea $A\cdot\left(A^2+6I_3\right)=O_3$.

5p **c)** Demonstrați că matricea $B=I_3+xA$ este inversabilă, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ și pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\dfrac{xy}{10}-x-y+20$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=\dfrac{1}{10}(x-10)(y-10)+10$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=\dfrac{101}{10}$.

5p **c)** Arătați că expresia $E(n)=\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{n}$ este constantă, pentru orice număr natural $n\geq 2026$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\ln\left(x^2+x+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+x+1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x+1)-f(x)\right)$.

5p **c)** Arătați că funcția f este bijectivă.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2xe^x-2x+1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^e f(x)dx=2e^e-4e+3$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=2e$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă G a funcției $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$, este funcție convexă.